FAIR & SQUARE*: MAGISCHE, LATEINISCHE & VEDISCHE QUADRATE

Beschreibung

Schon in alten Zeiten wurden magische Quadrate von vielen verschiedenen Kulturen entwickelt und benutzt. Sie begeistern besonders alle, die gerne Puzzles lösen, durch ihre Schönheit und Symmetrie. Ebenso können sie wichtige Botschaften über Gleichgewicht und wechselseitige Abhängigkeit vermitteln und fanden Anwendung in verschiedenen Lebensbereichen. (Zur Verwendung des Wortes „magisch“, siehe Abschnitt „ethische Herausforderungen“ am Ende dieses Dokuments.)

Der Übungsablauf umfasst sieben Aufgaben.

Kompetenzen des Global Citizenship

- Erkennen und Wertschätzen unterschiedlicher Perspektiven und Weltanschauungen (Würdigung der Beiträge der chinesischen, indischen und anderer Kulturen zur Mathematik)
- Positive Interaktionen mit unterschiedlichen Menschen
- Fähigkeit zur Analyse und kritischen Reflektion
- Kommunikations- und Kooperationsfähigkeiten

Global Citizenship Themen

Buen ViVir (soziale ökologische Integration); Ökologische Nachhaltigkeit; Erbe des Kolonialismus; Interdependenz; Alternative Wissensordnungen; Kultur & Interkulturelle Beziehungen.

Mathematische Kompetenzen

- Problemlösen/kreativ sein
  - Mathematische Probleme bearbeiten
  - Zusammenhänge durch systematisches Probieren, Reflektieren und Prüfen erschließen
  - Erkenntnisse übertragen, variieren und erfinden
  - Belastbar und flexibel sein
  - Mathematik mit Körper und Sinnen erfahren
  - Freude an Zahlen entwickeln
- Modellieren
  - Sachsituationen in der Erfahrungswelt erfassen
  - Sie in mathematische Modelle übertragen und mit Hilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten bearbeiten
- Argumentieren, Darstellen/Kommunizieren
  - Den Wert von Argumentieren und logischem Schließen erkennen Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten (sprachlich, handelnd, zeichnerisch) erklären
  - Eigene Denkprozesse oder Vorgehensweisen angemessen und nachvollziehbar darstellen
    Nutzung von Darstellungsformen (Skizzen, Tabellen usw.)
  - Austausch mit anderen (in Umgangssprache, zunehmend auch in fachgebundener Sprache)

*Anm.: „Fair and square“ ist eine feststehende Redewendung im Englischen. Übersetzt bedeutet sie „anständig und ehrlich“, „square“ heißt aber auch „Quadrat“ bzw. „quadratisch“.

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Mathematischer Inhalt

Zahlenmuster und Operationen; Drehsymmetrie; Algorithmen verstehen; Parkettierungen; Der Themenbereich ist sehr ergiebig, wodurch auch weitere mathematische Inhalte behandelt werden könnten.

Benötigtes Material

PPT-Folien; nummerierte Blätter auf buntem Papier für Aufgabe 1; Kreppband; Multilink-Würfel, Legosteine oder Ähnliches; eine Kartoffel; ein Kompass; Buntstifte und Lineale; heruntergeladene Musik; quadratisches Papier; eine Kopie des Stundenplans der ganzen Schule; Kopien der Arbeitsblätter *Gepunktete Quadrate 1*, *Gepunktete Quadrate 2*, *Sudoku 1*, *Sudoku 2* (eventuell laminiert), *Das Vedische Quadrat*.

Erforderliche Zeit (innerhalb und außerhalb des Klassenraums)

Schätzungsweise acht Stunden.

Organisation und praktische Hinweise

Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Zehnergruppen an der ersten Aufgabe. Außerdem braucht man aufgrund der kinästhetischen Ausrichtung der Aufgabe etwas Platz für die ersten Aufgabenschritte, beispielsweise an der Stirnseite des Klassenraums, und einen größeren Bereich für den letzten Abschnitt der Aufgabe 1.

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Aufbau der Einheit

Aufgabe 1: Einführung des magischen 3 x 3 Quadrats des Luo Shu (ca. 2 Stunden)

Hier werden die Schülerinnen und Schüler angeregt, ein Lateinisches Quadrat zu bilden und es kinästhetisch zu erkunden. Anschließend beschäftigen sie sich mit dem antiken chinesischen magischen 3x3 Quadrat des Luo Shu. Folie 2 der PowerPoint-Präsentation *Fair and Square* erzählt und illustriert die Geschichte von Kaiser Yu und der Schildkröte. Das Luo Shu Quadrat ist ein einzigartiges magisches 3×3 Quadrat aus verschiedenen Zahlen. Ein magisches Quadrat ist ein Zahlenquadrat, in dem die Summen jeder Reihe, Spalte und Diagonale ident sind.

Um dieses Quadrat nachzubilden, muss die Klasse in drei Gruppen zu neunt oder zehnt aufgeteilt werden (übrig gebliebene Schülerinnen und Schüler können den Ablauf beobachten und Rückmeldung geben):

1. In der ersten Gruppe werden zuerst neun Schülerinnen und Schüler gebeten, vor der Klasse (oder in einem anderen geeigneten Bereich) gemeinsam ein Quadrat, bestehend aus drei Reihen und drei Spalten, zu formen. Das zehnte Kind (oder ein Kind aus einer anderen Gruppe) zählt die Schülerinnen und Schüler jeder Reihe, Spalte und Diagonale und spricht die Summen laut aus (die in jedem Fall 3 ergeben sollten). Das dient dazu, die Form und das Wesen eines Zahlenquadrats und das relevante Vokabular festzulegen.

   Danach erhält jedes Kind ein buntes, mit Nummern versehenes Blatt Papier, wie hier dargestellt. Sie sollen sich nun in Gruppen zu dritt so aufstellen, dass die Summe der drei Zahlen in jeder Reihe, Spalte und Diagonale 15 ergibt. Die Farben sollen ihnen bei der Positionierung helfen. Das zehnte Kind kann dann die Summen in jeder Reihe, Spalte und Diagonale überprüfen (und nach drei verschiedenen Farben Ausschau halten). Man kann ihnen erklären, dass sie etwas geformt haben, das man Lateinisches Quadrat nennt – ein Quadrat, in dem jede Zahl, oder jedes Symbol, mindestens einmal und nur einmal in jeder Reihe und Spalte vorkommt, wodurch die Anzahl der verschiedenen Zahlen oder Symbole der Anzahl der Reihen oder Spalten im Quadrat entspricht.

6	6	6
5	5	5
4	4	4

Die Ausgangsform

4	6	5
6	5	4
5	4	6

Eine mögliche Anordnung zur Konstruktion eines Lateinischen Quadrats aus den Zahlen 4, 5 und 6.

   Sobald das abgeschlossen ist, kann die erste Gruppe von Schülerinnen und Schülern ihre Blätter zurückgeben und sich wieder setzen. Zeigen Sie dann die nächste Folie und fragen Sie die Klasse, was ihnen an den Variationen Lateinischer Quadrate auf der Folie auffällt.

   Gibt es weitere Lateinische Quadrate, die man aus 4, 5 und 6 bilden kann?

   In welcher Hinsicht sind sie sich gleich und auf welche Weise unterscheiden sie sich? (Folie 3 zeigt drei Möglichkeiten auf.)

   Mathematikerinnen und Mathematiker würden sie als gleich bezeichnen. Warum?

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

2. In der nächsten Phase des Übungsablaufs laden Sie die zweite Gruppe von neun Kindern ein, vor die Klasse zu kommen.

   Wir werden jetzt ein magisches Quadrat aus den Zahlen 1 bis 9 machen. Wenn wir alle diese Zahlen zusammenzählen, welche Summe bekommen wir dann?

   Zeigen Sie Folie 4, um die Addition zu strukturieren, und erzählt die Geschichte von Gauß als er noch ein Junge war.

   Jede Reihe ergibt also … ? Warum?

   Suchen Sie unter den neun Schülerinnen und Schülern eine/n Freiwillige/n, der/die das gelbe Blatt “5” in die Höhe hält.

   Wenn wir in jeder Reihe, Spalte und Diagonale als Summe 15 erhalten wollen, wo sollte diese Person dann am besten stehen?

   Bitten Sie ein zweites Kind, die Position links oben im Quadrat einzunehmen, und geben Sie ihr/ihm das **weiße Blatt “4”**. Bitten Sie ein drittes Kind, die Position rechts unten einzunehmen und geben Sie ihr/ihm das **blaue Blatt “6”**. Die anderen sechs Kinder sollten die folgenden bunten Blätter erhalten: ein **rotes Blatt “2”**, ein **rotes Blatt “7”**, ein **grünes Blatt “3”**, ein **grünes Blatt “8”**, ein **weißes Blatt “9”** und ein **blaues Blatt “1”**.

   Die Schülerinnen und Schüler sollen sich nun in Relation zu der bestehenden Diagonale von Kindern und zueinander so aufstellen, dass sie ein 3x3 Quadrat bilden, in dem jede Reihe, Spalte und Diagonale die Summe 15 ergibt. Geben Sie ihnen dafür ein wenig Zeit und helfen Sie nicht. Der Rest der Klasse kann sich durchaus Notizen zu den Zahlen machen und dazu eingeladen werden, Lösungsmöglichkeiten vorzuschlagen.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

   Das magische Quadrat des Luo Shu.

   Wenn die Kinder nicht selbst zur Lösung gelangen, kann man ihnen die folgende Hilfestellung geben: Mit der bestehenden 4-5-6 Diagonale an der bisherigen Stelle verbleibend, fordert man die Schülerinnen und Schüler mit derselben Blattfarbe dazu auf, sich im Quadrat nebeneinander zu stellen, dabei aber nicht die Regel zu vergessen, dass die Reihen, Spalten und Diagonalen immer 15 ergeben müssen. Man gibt ihnen dann noch einmal die Möglichkeit, die Aufgabe zu lösen.

   Erklären Sie, dass man im alten China glaubte, dass diese Zahlen und Farben die Elemente repräsentierten, wie in der Box dargestellt. Bitten Sie die Kinder ihre Hand zu heben, wenn ihre Zahl/Farbe genannt wird.

   Erde: gelb
   Wasser: blau
   Feuer: rot
   Metall: weiß
   Holz: grün

   Das magische Quadrat kann aus den Elementen gebildet werden, wenn man die folgende Reihenfolge einhält, beginnend bei der gelben Zahl, dann den blauen Zahlen, usw.: Erde staut Wasser, Wasser löscht Feuer, Feuer schmilzt Metall, Metall schneidet Holz und Holz hackt Erde auf.

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

3. Eine Lösung wird auf Folie 5 gezeigt. Die Kinder arbeiten dann in kleineren Gruppen an der Frage:

   Wie viele Möglichkeiten gibt es, um das magische Quadrat zu bilden? Habt ihr sie alle gefunden? Wie könnt ihr das wissen?

   Folie 6 zeigt alle Möglichkeiten auf.

   Was fällt euch an diesen Variationen auf?

   Um die Schülerinnen und Schüler beim Überlegen zu unterstützen, geben Sie jeder kleinen Gruppe ein großes quadratisches Papier.

   Faltet das Quadrat genau auf die Hälfte. Öffnet es wieder. So bekommt ihr die Symmetrieachse. Faltet es auf eine andere Art genau auf die Hälfte … und erneut … und erneut. Das sind die vier Symmetrieachsen in einem Quadrat.

   Dreht das Quadrat, ohne es zu spiegeln – es gibt vier mögliche Positionen für das Quadrat.

   Wie hängt das nun mit unserem magischen Quadrat zusammen?

   In der finalen Phase des Übungsablaufs kommt die dritte Gruppe von neun Kindern vor die Klasse und bildet eine der Versionen des magischen Quadrats des Luo Shu. Die Schülerinnen und Schüler wählen dann eine der anderen Variationen und alle versuchen gemeinsam, das Quadrat in diese neue Version umzugestalten. Wenn es sich anbietet, können sie die Übung ein- oder zweimal wiederholen.

   Sofern genügend Zeit und Platz sind, kann jede Neunergruppe und ihre eventuellen Choreographen einen Tanz einstudieren, der alle acht Variationen beinhaltet.

Aufgabe 2: Erforschung des magischen 3 x 3 Quadrats des Luo Shu (ca. 1 Stunde)

Hier geht es nun darum, das Luo Shu Quadrat näher zu erforschen. Diese Untersuchung kann in kleinen Gruppen stattfinden. Die Ergebnisse der Untersuchung präsentieren die Schülerinnen und Schüler anschließend der Klasse oder gestalten diese in Form des Peer-Learnings zu Aufgaben für die anderen Kinder um. Während der Übung kann im Hintergrund Musik gespielt werden, die durch magische Quadrate inspiriert wurde (z. B. Secret Pulse by Zack Browning).

Untersuchung 1

Beginnen Sie damit, die Kinder aufzufordern, von jeder der Zahlen im Luo Shu Quadrat 5 abzuziehen und zu sagen, was ihnen am Ergebnis auffällt. Dann zeigt man Folie 7 und führt die Unterhaltung fort.

Untersuchung 2

Der Designer Claude Bragdon nutzte das magische 3x3 Quadrat, um eine schöne Zeichnung zu machen. Welche mathematische Eigenschaft hat die Zeichnung? (Folie 8.)

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Sie können die Zeichnung drehen, um zu zeigen, dass sie innerhalb von 360^0 genau zweimal auf sich selbst passt – in der Startposition und bei der Hälfte der Umdrehung.

Gemeinfreie Abbildung aus Claude Bragdon, Frozen Fountain, 1932

Die Zeichnung besitzt zweifache Drehsymmetrie.

Verweisen Sie darauf, dass die Zeichnung keine Spiegelsymmetrie besitzt.

Bitten Sie die Schülerinnen und Schüler dann, auf einer Kopie der Vorlage *Gepunktete Quadrate mit Zahlen zum Durchpausen* die Punkte mit Buntstift auf Pauspapier in der Reihenfolge der Zahlen zu verbinden.

Sucht euch jetzt eine Drehung eures ersten Quadrats aus und wiederholt das Ganze auf dem zweiten Blatt mit Zahlen mit einer anderen Farbe. Macht das auch mit den anderen beiden Drehungen. Was fällt euch an den vier Zeichnungen auf?

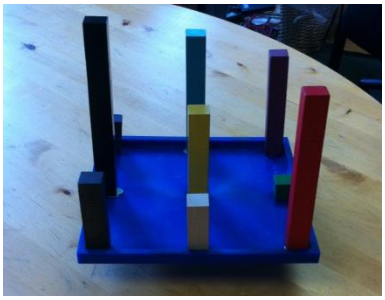
Sie sollten alle Drehungen voneinander sein, mit nur zwei unterschiedlichen Ausrichtungen. Dies geschieht, da eine zweifache Drehsymmetrie vorliegt.

Auf dem dritten Blatt sollen die Schülerinnen und Schüler nun die zwei unterschiedlichen Orientierungen in das leere Quadrat einzeichnen.

Malt die Zeichnung jetzt so aus, ***dass dabei die Drehsymmetrie erhalten bleibt****.*

Wenn die Zeichnung fertig ist, können die Schülerinnen und Schüler eine Liste der verschiedenen Formen erstellen, die sie in der Zeichnung sehen können.

<u>Untersuchung 3</u>



Wie auf Folie 10 gezeigt, ist das Luo Shu Quadrat physikalisch ausgeglichen. Zur Veranschaulichung benötigt man geeignete Materialien, wie Multilink-Würfel oder Lego/Duplo und eine Plattform. Da ein Balancieren auf einer Spitze oder an einem Faden hängend sehr schwierig ist, wird empfohlen, etwas Rundes, wie zum Beispiel die äußere Oberfläche einer halbierten Kartoffel zu verwenden. Auf Folie 10 ist eine Möglichkeit so eines Versuchsaufbaus illustriert.

Besonders interessant könnte es für die Klasse sein, zu sehen was passiert, wenn sie die “Gewichte” mit ihrem Abstand vom Mittelpunkt multiplizieren und dann vergleichen, was das auf den beiden Seiten jeder Symmetrieachse ergibt.

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Das Luo Shu Quadrat wird auch im Feng Shui verwendet. Die Kinder können mit einem Kompass herausfinden, wo Norden ist (sie könnten den Durchschnitt verschiedener Ablesungen an verschiedenen Orten ermitteln). Dann müssen sie einen Ausdruck der Folie 11 so drehen, dass die Zahl 9 im Quadrat nach Süden zeigt.

Welche Gegenstände welcher Farbe sollten gemäß der Feng Shui Lehre am besten in welchen Bereichen des Klassenraums positioniert werden?

Manchmal wird das Luo Shu Quadrat auch das Diagramm der 9 Säle genannt. Man glaubte, dass in jeder der 8 äußeren Quadrate eine andere Familie lebte und das Land bebaute, das zentrale Quadrat jedoch von allen gemeinsam genutzt wurde (es verweist auch auf Kaiser und Paläste auf der Erde und im Himmel). Manche Menschen verwenden das Quadrat auch, um herauszufinden, ob verschiedene Bereiche ihres Lebens im Gleichgewicht sind, also ob sie jeden der neun Säle besuchen.

Aufgabe 3: Erforschung und Erstellung eines magischen 4 x 4 Quadrats (ca. eine Stunde)

Nicht nur im alten China, auch in Ägypten wurden magische Quadrate verwendet, sowie vor über tausend Jahren in Indien, Persien, Arabien und Europa. Folie 12 zeigt ein Beispiel aus Indien. Fragen Sie die Schülerinnen und Schüler, ob sie irgendwelche der Zahlen wiedererkennen (sie sollten die 2, 3 und 0 und evtl. die 1 erkennen). Die verwendeten Zahlen sind die 1 bis 16.

Wie können wir die magische Zahl finden?

Nutzen Sie die Methode aus Aufgabe 1, um die magische Zahl zu finden.

Wir kennen 0, 2 und 3 und wir wissen, dass die magische Zahl für dieses Quadrat die 34 ist. Können wir auch all die übrigen Ziffern herausfinden?

(Verwenden Sie die 0, um die 1 zu finden, und die magische Zahl, um zur 6, 8 und 15 zu gelangen. Letztere gibt uns die 5. Wir müssen jetzt noch die 4, 7 und 9 finden. Eine davon muss in der linken oberen Ecke sein. 17 und 19 kommen im Quadrat nicht vor, also muss es die 14 sein. Durch die magische Zahl gelangt man dann zur 7 und 9.)

Folie 13 zeigt ein weiteres magisches Quadrat, dieses Mal aus Nordafrika. Fragen Sie die Schülerinnen und Schüler, ob sie irgendwelche Zahlen wiedererkennen (sie sollten die 1, 7 und 9 erkennen). Nachdem die westlichen Zahlen identifiziert sind, fordern Sie die Klasse auf, die magische Konstante zu finden.

Seht euch die Zahlen in dem Quadrat genau an und diskutiert in Gruppen, warum die magische Zahl dieses Mal eine andere ist.

Die Folien 12 und 13 können für jede der Kleingruppen als Arbeitsblätter ausgedruckt werden. Die Folien 14 und 15 illustrieren, wie wir zu den Zahlen kamen, die wir heute im Westen gebrauchen. Diese vier Folien sollen dabei helfen, den Schülerinnen und Schülern historisches und interkulturelles Wissen zu vermitteln.

Gemeinfreie Abbildung.
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Srinivasa_Ramanujan_-_OPC_-_1.jpg

Ein indischer Mathematiker aus der jüngeren Vergangenheit, Srinivasa Ramanujan (Folie 16), der erst vor hundert Jahren starb, entwickelte eine Formel, mit der jeder sein eigenes, persönliches magisches Quadrat konstruieren kann. Laden Sie die Kinder ein, auf quadratischem Papier ihr eigenes magisches 4 x 4 Quadrat zu erzeugen, indem sie mit ihrem

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Geburtsdatum beginnen und Ramanujans Methode anwenden.

Wie das funktioniert, wird mit Ramanujans eigenem Geburtsdatum als Ausgangssituation in mehreren Schritten auf den Folien 17, 18 und 19 erklärt. Sie können den Kindern Hilfestellung anbieten, während sie versuchen, den Schritten zu folgen. Sie können dann ihre Quadrate überprüfen, ob diese tatsächlich magisch sind.

Was für Muster fallen euch in der Konstruktion des magischen Quadrats auf (Folie 17)?

Es ist wahrscheinlich, dass manche Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichem Geburtsdatum dieselbe magische Zahl bekommen.

Wie ist das möglich?

Nach einem Blick auf Folie 20, wäre es eine mögliche Hausaufgabe für die Klasse, herauszufinden, auf wie viele Arten sie zu der magischen Konstante ihres magischen Quadrats gelangen können.

Ramanujan (Folie 16) war eine interessante Persönlichkeit und sein Leben und seine Erfahrungen werfen wichtige Fragen auf zu Kolonialismus und dem Kampf der Kulturen. Details finden sich auf https://de.wikipedia.org/wiki/S._Ramanujan, wo auch die berühmte Geschichte von der Zahl 1729 erzählt wird. Einige Kinder könnten Lust haben, selbst herauszufinden, was es damit auf sich hat.

Als weiterführende Übung könnte man ein 4 x 4 Quadrat aus Wörtern vorstellen (Folie 21).

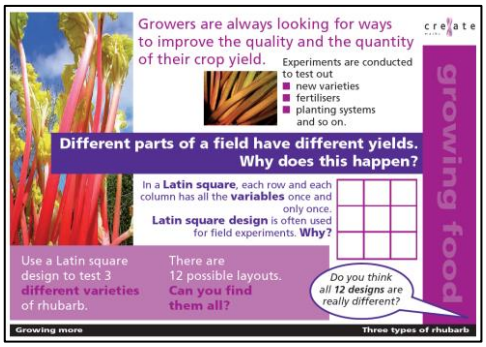
Die Kinder können dann gefragt werden, inwieweit es sich dabei um ein magisches Quadrat handelt.

Aufgabe 4: Lateinische Quadrate (ca. eine Stunde)

Der Schweizer Mathematiker Leonhard Euler arbeitete gerade an magischen Quadraten, als er auf die Idee eines Quadrats kam, in dem die Anzahl aller im Quadrat vorkommenden Zahlen oder Symbole der Seitenlänge des Quadrats entspricht, jede Zahl oder jedes Symbol allerdings nur einmal in jeder Reihe und Spalte auftritt (Folie 22).

Dies wurde unter der Bezeichnung Lateinisches Quadrat bekannt, da in den ersten Versionen lateinische Buchstaben als Symbole benutzt wurden. (Lateinische Quadrate werden auch in Aufgabe 1 gebildet (Folie 3)).

Lateinische Quadrate sind heutzutage sehr nützlich beim Planen von Sportveranstaltungen, Zeitplänen oder Experimenten. (Siehe http://www.cre8atemaths.org.uk/growing-food/growing-more für weitere Ideen zu ihrem Gebrauch bei landwirtschaftlichen Experimenten. (Anm.: auf Englisch)) Sie bilden auch die Grundlage des Sudoku Puzzles, das heute in vielen Zeitungen und Zeitschriften beliebt ist.



http://www.cre8atemaths.org.uk/growing-food/growing-more

Schritt 1

Ein gutes Sudoku hat eine eindeutige Lösung. Folie 23 zeigt drei verschiedene Anfänge, um ein Lateinisches Quadrat zu konstruieren. Zwei davon sind gute

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Sudokus und eines besitzt mehr als eine Lösung.

Welches ist welches?

Es gilt, drei weitere unterschiedliche Sudoku-Anfänge zu finden, wobei man dafür nur zwei Zahlen verwenden darf.

Wenn die Schülerinnen und Schüler ihre Ideen präsentieren, bietet sich die Gelegenheit, darüber zu diskutieren, was mathematisch gleich und was verschieden ist. Es ist wichtig, zu betonen, dass es keine “richtigen” Antworten gibt und dass es für Mathematikerinnen und Mathematiker Teil ihrer Denkprozesse ist, solche Entscheidungen zu fällen.

Überlegt *bevor ihr euch entscheidet. Welche möglichen Optionen gibt es?*

Steht zu *eurer Entscheidung.*

Begründet *eure Entscheidung … und* ***reflektiert*** *eure Entscheidung, nachdem ihr die Sichtweise anderer gehört habt.*

Fordern Sie die Kinder dann auf, die Puzzles auf dem Arbeitsblatt *Sudoku 1* zu zweit zu vervollständigen. Man erläutert die Regel, wonach im gesamten Sudoku und auch in jeder Box (z.B. in jedem kleinen 3 x 3 Quadrat) alle verwendeten Ziffern (z.B. 1-9) vorkommen müssen. Jede Zahl darf nur einmal in jeder Reihe, Spalte und Box verwendet werden. Sofern Bedarf für Hilfestellung besteht, können Sie empfehlen, mit der Reihe, Spalte oder Box zu beginnen, welche die meisten schon eingetragenen Zahlen aufweist.

Weitere Sudokus können im Internet für jene Kinder heruntergeladen werden, denen die Aufgabe Freude macht (siehe *Weitere Materialien und Ressourcen* am Ende des Dokuments).

<u>Schritt 2</u>

Eine zweite Übung für Zweiergruppen, an der Paare arbeiten können, wenn Sie mit *Sudoku 1* fertig sind, ist, sich den Stundenplan einer ganzen Schule zu besorgen, oder einen ähnlichen Plan, der wie ein Lateinisches Quadrat funktioniert (siehe ein Beispiel dafür auf Folie 24).

Stellt euch einen Schultag vor, der aus vier Unterrichtsstunden, vier verschiedenen Klassen und vier verschiedenen Lehrern besteht. Stellt einen Stundenplan zusammen.

<u>Schritt 3</u>

Zuletzt kann sich die Klasse an einem schwierigeren Sudoku versuchen (Folie 25 und *Sudoku 2*). Eine mögliche Herangehensweise wäre, die Kinder in Gruppen arbeiten zu lassen, wobei die Gruppen reihum die nächste Zahl vorschlagen, die eingetragen werden soll. Die Gruppe muss dabei ihren Vorschlag gegenüber der Klasse begründen, was reichlich Gelegenheit und Material für Argumentation und mathematische Diskussion bieten dürfte.

Lösung des Sudokus auf Folie 25

2	3	9	1	8	4	5	6	7
8	5	4	6	7	9	2	1	3
6	1	7	3	5	2	4	8	9
9	6	3	8	4	5	7	2	1
4	7	5	2	6	1	9	3	8
1	8	2	7	9	3	6	4	5
7	4	1	5	2	8	3	9	6
5	9	8	4	3	6	1	7	2
3	2	6	9	1	7	8	5	4

http://www.printmysudoku.com

Nachdem jede Gruppe mindestens einmal an der Reihe war, können die Gruppen selbstständig weiterarbeiten. Mit einer laminierten und abwischbaren Kopie des Sudokus, an dem sie arbeiten, können sie leicht zu der angefangenen Lösung zurückkehren und von dort erneut beginnen.

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Aufgabe 5: Vedische Quadrate (ca. eineinhalb Stunden)

Stellen Sie zunächst einen Ausschnitt aus einem Vedischen Quadrat vor (Folie 26). Vedische Quadrate wurden über viele Jahrhunderte in Indien und in der ganzen islamischen Welt benutzt, um geometrische Muster für Fliesen zu erzeugen. Was fällt der Klasse an den aufsteigenden Zahlenfolgen am Anfang der Reihen (und Spalten) 1-4 auf? Es scheint ein Multiplikationsquadrat zu sein.

Aber wie passen die 3er und die 7 in der rechten unteren Ecke in das Schema?

Diese Aufgabe kann dadurch erweitert werden, dass die Schülerinnen und Schüler mehrere Kopien der von ihnen gewählten Fliese bemalen und ausschneiden und dann das Fliesenmuster fixieren und ausstellen.

Andere Fliesenmuster aus dem Vedischen Quadrat lassen sich mit Papier mit Punktraster erkunden – was das Ganze deutlich schwieriger macht.

Bevor Sie fortfahren, lassen Sie die Kinder das Problem paarweise diskutieren.

3 x 4 = 12 → 1 + 2 = 3

3 ist die einstellige Quersumme von 12. Was wäre dann die einstellige Quersumme von 7 x 8?

Teilen Sie daraufhin Kopien der Folie 27 aus und lassen Sie die Kinder in Paaren die fehlenden Zahlen ergänzen. Diese können dann zur Überprüfung bekannt gegeben werden. Welche Muster in den Zahlenfolgen fallen den Schülerinnen und Schülern auf?

Sobald die Vedischen Quadrate vervollständigt sind, können die Schülerinnen und Schüler auf Kopien der Vorlage *Das Vedische Quadrat* mit Linealen und verschiedenfarbigen Buntstiften experimentieren, indem sie Zahlen miteinander verbinden (wie auf den Folien 28 – 29 illustriert).

Die Schülerinnen und Schüler sollen dann ihre Formen in verschiedenen Farben ausmalen. In kleinen Gruppen sollen sie jeweils eines der Felder auswählen, ausschneiden und experimentieren, ob sich diese zu einem Parkett zusammenfügen lassen oder sich mit anderen Formen parkettieren lassen. Was fällt den Schülerinnen und Schülern dabei auf?

Aufgabe 6: Weiterführende Erforschung magischer Quadrate (ca. eine halbe Stunde)

Es gibt noch viele weitere echt magische Dinge an magischen Quadraten zu entdecken. Die Folien 30 bis 45 erforschen einige dieser Ideen. Der Torus (nützlich in der Elektrotechnik, da diese Form den geringsten elektrischen Widerstand bietet) kann aus größeren magischen Quadraten gebildet werden (9x9 oder 27x27) (Folien 32-33). Auch findet man in einem magischen 27x27 Quadrat Muster (oder Zahlenverhältnisse), die mit den pythagoräischen Tonleitern korrelieren (Folien 34-35). Vor beinahe 1500 Jahren beschrieb Varahamihira aus Indien ein magisches Quadrat, um Parfüm herzustellen (Folie 36). Man kann viele verblüffende Muster finden, wenn man magische Quadrate einfärbt (Folien 37 bis 41). Ein kurzes Video (https://www.youtube.com/watch?v=hIgmiDnmVdU) zeigt atemberaubende Bilder von Chladnischen Klangfiguren, die dann mit Mustern in magischen Quadraten verglichen werden können. Zuletzt wird noch kurz vorgestellt, wie magische Quadrate zur Messung von Mustern bei Wasserablagerungen verwendet werden können (Folie

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

44). Mit geeigneten Legosteinen und entsprechender Zeit könnte man daraus ein praktisches Experiment entwickeln.

(Blaue Box 2, Seite 8)

Aufgabe 7: Eine Philosophie-für-Kinder-Erörterung (P4C) (ca. eine Stunde)

Im Anschluss an die ersten Übungen erklärt man, dass durch die gesamte Geschichte, wie auch heutzutage, viele Menschen dachten, oder denken, dass Zahlen besondere Bedeutungen und eine besondere Kraft besitzen können. Es scheint einige sehr interessante harmonische Muster zu geben, die aus magischen Quadraten entstehen (siehe das Video: https://www.youtube.com/watch?v=Y8SA0gtSBNs)

Die Kinder sollten wissen, dass ein Großteil der Mathematik im Video sehr fortgeschritten ist und ihr Verständnis übersteigen wird, dass sie allerdings kurze Einblicke bekommen werden, die auf die mathematischen Übungen verweisen, die sie selbst mit magischen Quadraten durchgeführt haben. (Ein alternatives Video, das sich mit Zahlenmustern in der Natur beschäftigt, kann auch zur Anregung einer P4C-Erörterung verwendet werden: http://www.etereaestudios.com/docs_html/nbyn_htm/intro.htm.)

Das Video soll genutzt werden, Fragen zu generieren, die in einer P4C-Erörterung verwendet werden können.

Schritte in einer P4C-Erörterung

1.Vorbereitung (Aufwärmen)

2. Präsentation eines anregenden Impulses (Video)

3. Zeit zu überlegen (Reflexion)

4. Gespräch

5. Fragen (Formulierung)

6. Vortragen der Fragen

7. Wahl (für eine Frage abstimmen)

8. Einleitende Worte

9. Diskussion (Bauen) – kreatives, kritisches, einfühlsames, gemeinschaftliches Denken und Überlegen, um Antworten auf die Frage zu finden.

10. Abschließende Worte

11.Rückblick (auf die Erörterung)

Zusätzliche Lernmöglichkeiten

Eine herausfordernde Erweiterung, in der ein Zusammenarbeiten von Lehrekräften und Schülerinnen und Schülern notwendig sein kann, ist ein Magisches-Quadrat-Sudoku: http://www.sachsentext.de/en/node/825. Die magischen 3x3 Quadrate sind dabei Versionen des Luo Shu Quadrats (Folie 6). Wie erkennt man das?

Eine einfache Methode, um magische Quadrate mit ungerader Anzahl von Zahlen oder Symbolen zu erstellen, zusammen mit einer allgemeinen Formel für magische Quadrate, findet man auf den Folien 48 – 50 (momentan noch verdeckt).

Ein reizvolles, wenngleich anspruchsvolles Experiment ist es, eine Geomagic-Version des magischen Luo Shu Quadrats mittels Polyominos aus Multilink-Würfeln, ähnlichen Utensilien oder einfach nur quadratischem Papier zu konstruieren und zu testen. Diese Idee basiert auf der Arbeit von Lee Sallows. Folie 47 illustriert den Versuchsaufbau und bietet einige Lösungen an. Sie können die Schülerinnen und Schüler auffordern, die Übereinstimmung zwischen den Formen und den Minus- und Pluszeichen auf Folie 7 zu beachten. All das könnte auch in die Übungen zur

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/

Erforschung des magischen Quadrats im Rahmen von Aufgabe 2 inkludiert werden.

Weitere Materialien und Ressourcen

Für Sudokus mit weniger als zehn Ziffern, siehe http://www.mathsphere.co.uk/resources/MathSphereFreeResourcesSudoku.html, wo man auch sehr viel schwierigere Rätsel findet. Eine geeignete Webseite für weitere Sudokus dieser Art ist http://www.printmysudoku.com/, wenn man das Level “easy” auswählt.

Es wird empfohlen, dass Lehrkräfte eine entsprechende Schulung besuchen, bevor sie eine P4C-Erörterung durchführen. Weitere Informationen über P4C findet man unter https://www.sapere.org.uk.

Mögliche ethische Herausforderungen

Es besteht ein sehr geringes Risiko, dass eine Schülerin oder ein Schüler das Muster eines Hakenkreuzes sieht oder konstruiert, als mögliches Ergebnis einer Zahlenfolge in einem Luo Shu Quadrat (Folien 9, 10 und 31). Sollte dies vorkommen, ist es am besten, wenn man erklärt, dass es sich dabei um ein altes fernöstliches Symbol handelt, das nichts mit Nazi-Deutschland zu tun hat. (Im eigentlichen Nazi-Symbol, das nach der Entdeckung des Swastika-Symbols in den Überresten des alten Troja eingeführt wurde, zeigen die Arme gegenüber der traditionellen Version in die entgegengesetzte Richtung und das ganze Symbol ist geneigt.)

Im Laufe der Geschichte und bis heute haben viele Menschen gedacht oder denken, dass Zahlen besondere Bedeutungen und Macht haben können. Die Bezeichnung „Magic Squares“ wurde möglicherweise so gewählt, weil die Menschen erstaunt waren, wie die Positionierung bestimmter Zahlen auf bestimmte Weise zu demselben Ergebnis führte, unabhängig davon, wie die Zahlen in einer Linie addiert wurden, und manche glaubten, dass übernatürliche Kräfte eine Rolle spielen. Natürlich gibt es, wie die Unterrichtseinheit verdeutlicht, mathematische Erklärungen dafür, warum sie funktionieren, und zwar im Zusammenhang mit Verknüpfungen zwischen den Zahlen und dem Gleichgewicht. Dies bedeutet, dass die Quadrate nicht ohne Erklärung als "Magie" bezeichnet werden sollten (insbesondere wenn Schülerinnen und Schüler anwesend sind, die aufgrund ihres religiösen Hintergrundes negative Assoziationen mit dem Begriff haben könnten).

Except where otherwise noted, this work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/